

# متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية و المفاهيمية

مناهج المرحلة الثانوية

المؤلفة  
هند العديني

الأستاذة / هند علي العديني

لديكم علماً بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية والمفاهيمية مناهج المرحلة الثانوية

تحت رقم إيداع

1442/2027

وتاريخ

1442/03/20

هـ. ورقم رصتك 1-5787-03-603-978

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## إهداء للميدان التعليمي

أحمد الله عز وجل على منه و عونه أن سهل لي جمع أعمال من الخرائط  
و الملخصات لمناهج مادة الرياضيات المرحلة الثانوية و التي سهلت عليا توصيل  
المعلومة لطالباتي و كان سببا في تعميق الفهم لطالباتي خلال سنوات عديدة في  
هذا الكتيب الذي أسأل الله أن يجعله علما ينتفع به و صدقة جارية عني و عن  
والدي و أتمنى أن أكون قد وفقت لتقديم عمل مفيد و نافع للميدان التعليمي  
ينتفع منه الجميع بإذن الله مع الحفاظ على الأمانة العلمية و حفظ الحقوق .

معلمة الرياضيات

هند علي العديني

إعداد المعلمة : هند العديني



## المقدمة

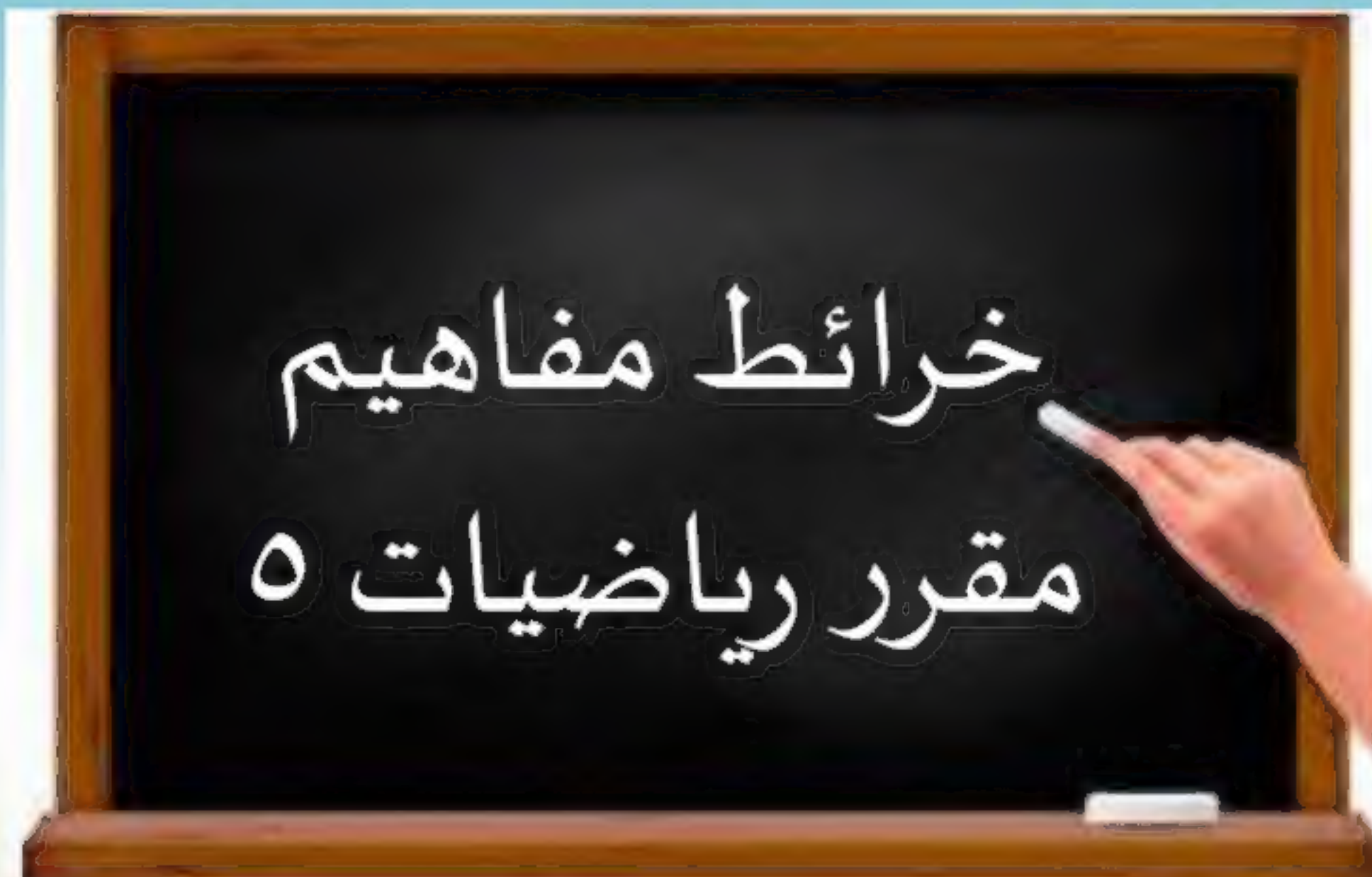
خرائط المفاهيم تعرف خرائط المفاهيم بأنها تخطيط رسوم تمتلك بُعدين، وتوضع فيها مفاهيم المواد والأبحاث الدراسية بشكل هرمي؛ بحيث يوضع في قمة الهرم مواد المفاهيم الأساسية ذات الشمولية العالية والخصوصية القليلة، وتوضع في قاعدة الهرم مواد المفاهيم ذات الشمولية القليلة والخصوصية العالية، وترتبط هذه المفاهيم ببعضها البعض من خلال علاقة مفهومة. تعتبر خرائط المفاهيم وسيلة لتمثيل العلاقات بين الأفكار، والصور، والكلمات المختلفة، وتستخدم في مجالات التخطيط، والتدريس، والتلخيص، والتقييم لمواد دراسية، ومعرفة قدرة الطلبة على فهم واستيعاب تلك المفاهيم الموجودة فيها، بالإضافة إلى اختبار الطالب بقدرة على تذكر المفاهيم السابقة.

أهمية خرائط المفاهيم للمتعلم ربط المفاهيم بين بعضها البعض، وتكوين علاقة بينهما. يستطيع تحديد المفاهيم المتشابهة مع بعضها، وفصل المختلف منها. القدرة على التمييز بين المفاهيم ذات المعنى القريب أو المتشابهة. تحديد المعلومات المهمة والأساسية، والمعلومات المتفرعة والجانبية. تسهل دراسة المادة، وفهمها جيداً، وإزالة اللبس فيها، وهذا يساعد على تفادي المشكلات التي يمكن أن تقع أثناء الدراسة، والمحافظة على ارتفاع التحصيل الدراسي.

أهمية خرائط المفاهيم للمعلم صناعة ملخصات لأجزاء مختلفة من المادة الدراسية التي تسهل عملية التدريس تزيد من القدرة المعلم على الانتباه أثناء إعداد أفكارهم. تسهل تقييم الطلبة من خلال هذه الخرائط، وهذا يساعد على توجيه الطلبة إلى أخطائهم لتفاديها في المستقبل. تطوير العلاقة الثنائية بين المعلم والطلبة، وهذا يساهم في تطوير أدائهم.



# إعداد المعلمة : هند العديني



إعداد المعلمة : هند العديني





إعداد المعلمة : هند العديني

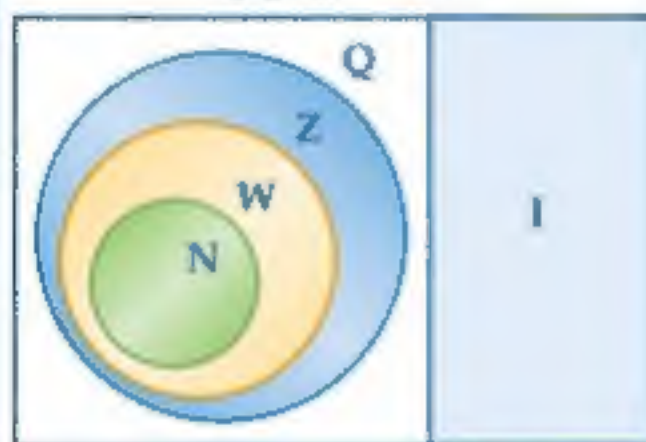
## وصف المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

إعداد المعلمة  
هند العديني

### الخاصية المميزة

إذ تستعمل الصفة المميزة للمجموعة خصائص الأعداد ضمن المجموعة لتعريفها. ويقرأ الرمز " $|$ " حيث، والرمز " $\in$ " ينتمي إلى أو عنصر في.

الأعداد الحقيقية  $R$



$$\{x \mid -3 \leq x \leq 16, x \in \mathbb{Z}\}$$

الأعداد  $x$  حيث...

$x$  لها هذه  
الخصائص...

$x$  ينتمي إلى مجموعة  
الأعداد المعطاة.

فترات غير محدودة		فترات محدودة	
رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة	المتباينة
$[a, \infty)$	$x \geq a$	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$
$(-\infty, a]$	$x \leq a$	$(a, b)$	$a < x < b$
$(a, \infty)$	$x > a$	$[a, b)$	$a \leq x < b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, b]$	$a < x \leq b$
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$		

### الفترات الحقيقية

الرمزان  $\cup$ ،  $\cap$ ،

يُقرأ الرمز " $\cup$ " (اتحاد)،

ويعني: جميع العناصر

المنتمية إلى كلا

المجموعتين.

يُقرأ الرمز " $\cap$ " (تقاطع)،

ويعني: جميع العناصر

المشتركة بين المجموعتين

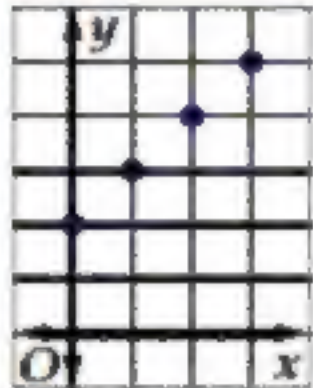


**لفظيًا:** جملة تصف كيفية ارتباط عناصر المجال بعناصر المدى.

مثلاً: يرتبط كل عنصر من المجال بالعنصر الذي يزيد عليه قيمة بمقدار 2 من المدى.

## تمثيل العلاقة

**بيانيًا:** تحديد نقاط في المستوى الإحداثي تمثل الأزواج المرتبة.



إعداد المعلمة  
هند العديني

**عدديًا:** جدول من القيم أو مجموعة من الأزواج المرتبة تربط عنصرًا من المجال (قيمة  $x$ ) بعنصر من المدى (قيمة  $y$ ).

مثلاً:  $\{(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$

**جبريًا:** معادلة جبرية تربط بين الإحداثيين  $x, y$  لكل زوج من الأزواج المرتبة. مثلاً:  $y = x + 2$

# اختبار الدالة

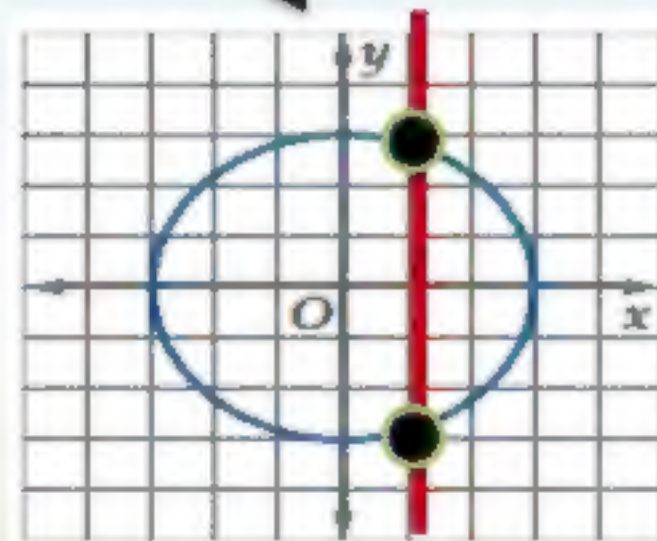
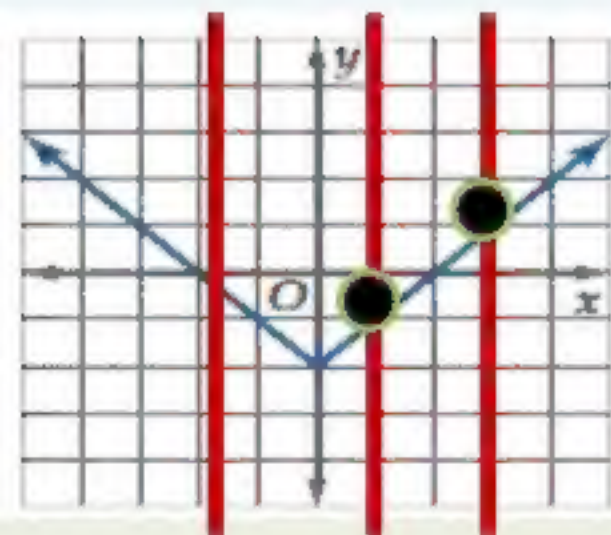
إعداد المعلمة  
هند العديني

من المعادلة

اختبار الخط الراسي

من الجدول

بحل  
المعادلة إذا  
كانت كل  
قيمة  $x$   
تقترب قيمة  
واحدة فقط  
 $y$



$x$	$y$
-8	-5
-5	-4
0	-3
3	-2
6	-3

$x$	$y$
-2	-4
3	-1
3	4
5	6
7	9

دالة

علاقة  
وليست دالة

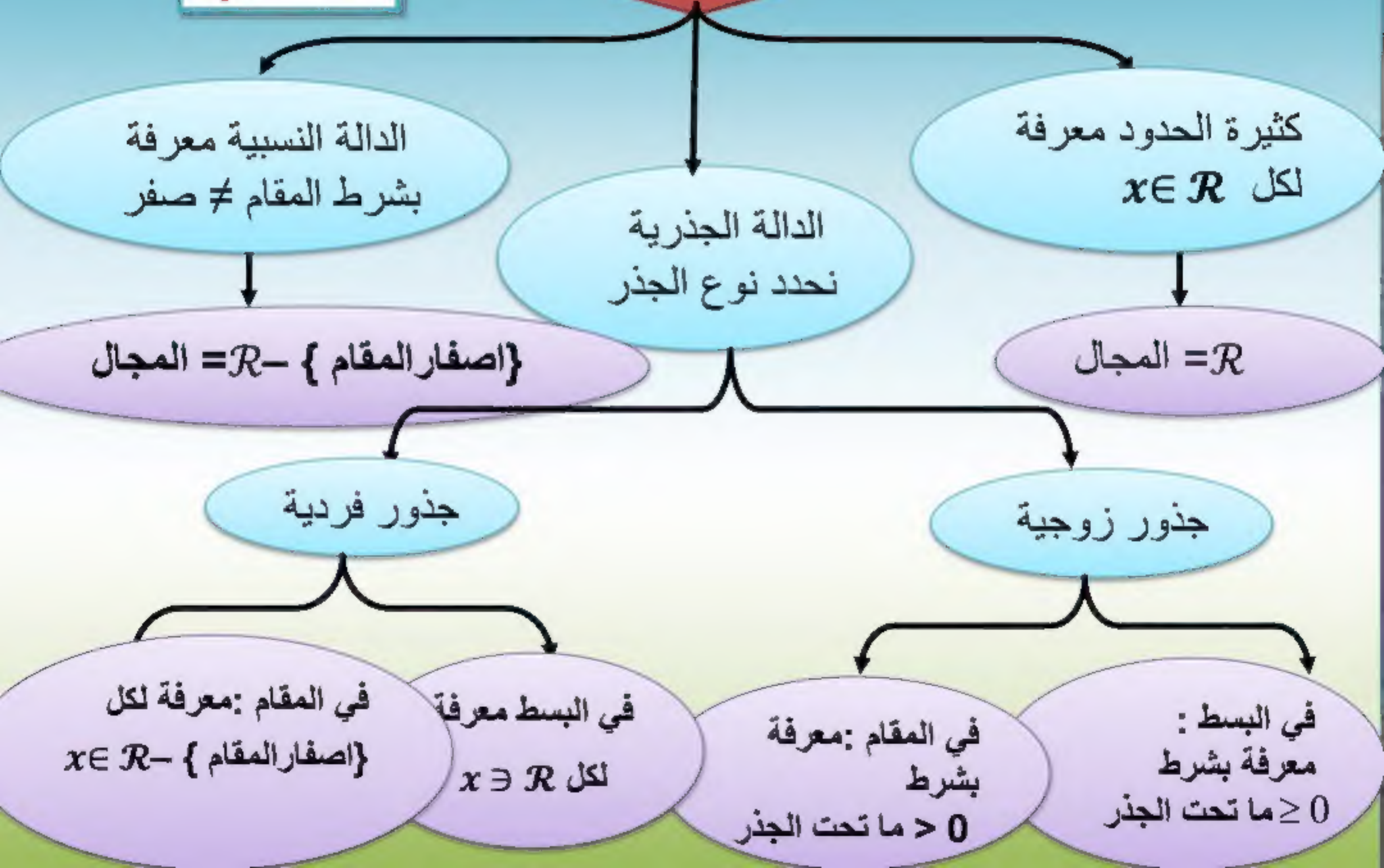
دالة

علاقة  
وليست دالة



# لتحديد مجال الدالة

إعداد المعلمة  
هند العديني



إعداد المعلمة  
هند العديني

# المقاطع مع المحاور

مع المحور  $y$

مع المحور  $x =$  أصفار الدالة

جبريا

بيانيا

جبريا

بيانيا

نوجد  
 $f(0)$

نقط التقاطع  
مع المحور  $y$

نحل المعادلة  
 $f(x) = 0$

نقط التقاطع  
مع المحور  $x$



# اختبار التماثل

إعداد المعلمة  
هند العديني

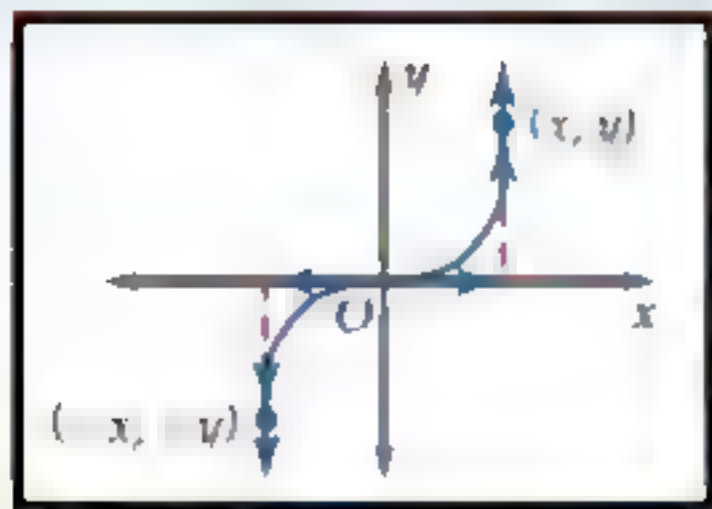
حول نقطة الاصل

حول محور Y

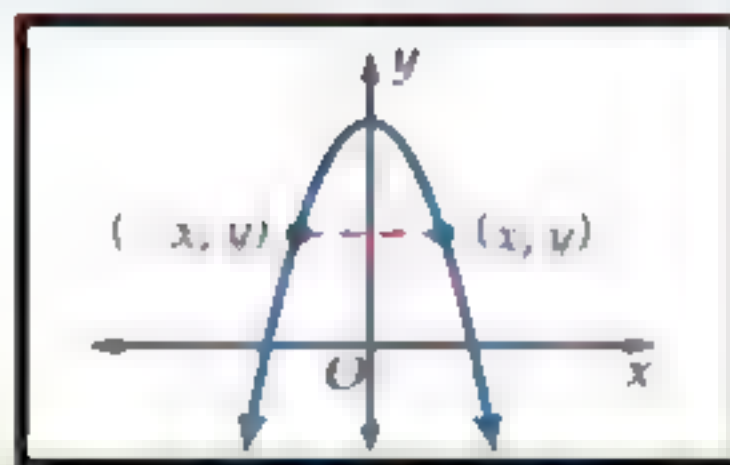
حول محور X

(١) بيانيا

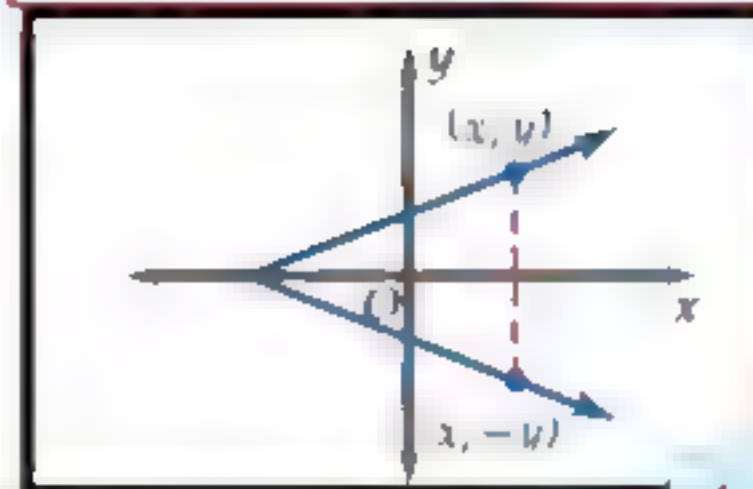
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$



$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$



$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$



(٢) جبريا

إذا كان تعويض  
(-x) مكان (x)  
و (-y) مكان (y)  
يعطي معادلة مكافئة

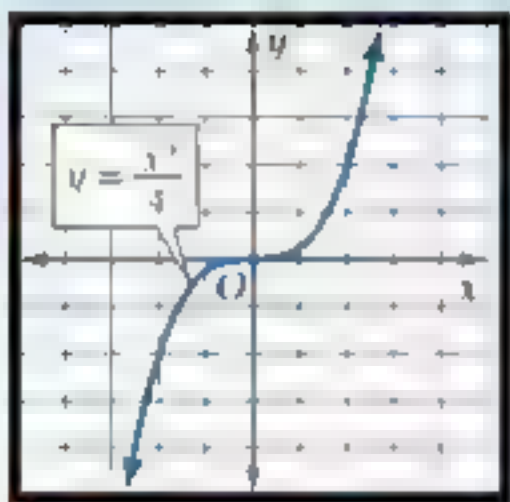
إذا كان تعويض  
(-x) مكان (x)  
يعطي معادلة مكافئة

إذا كان تعويض  
(-y) مكان (y)  
يعطي معادلة مكافئة

إعداد المعلمة  
هند العديني

# الدالة

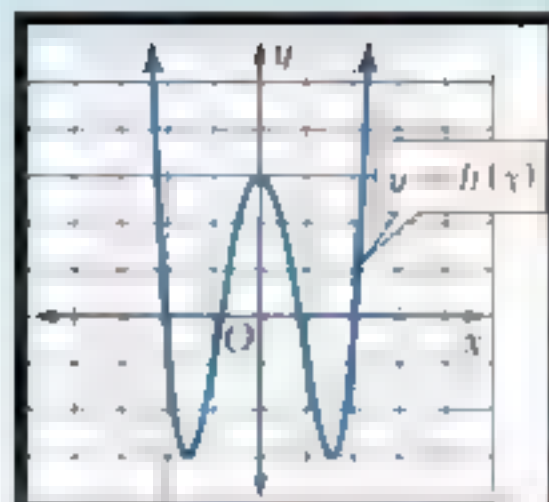
فردية



لكل  $x$  في مجال  $f$ ، فإن  $f(-x) = -f(x)$ .

المنحني متماثل حول نقطة الأصل

زوجية



لكل  $x$  في مجال  $f$ ، فإن  $f(-x) = f(x)$ .

المنحني متماثل حول محور  $y$



# أنواع عدم الاتصال

إعداد المعلمة  
هند العديني

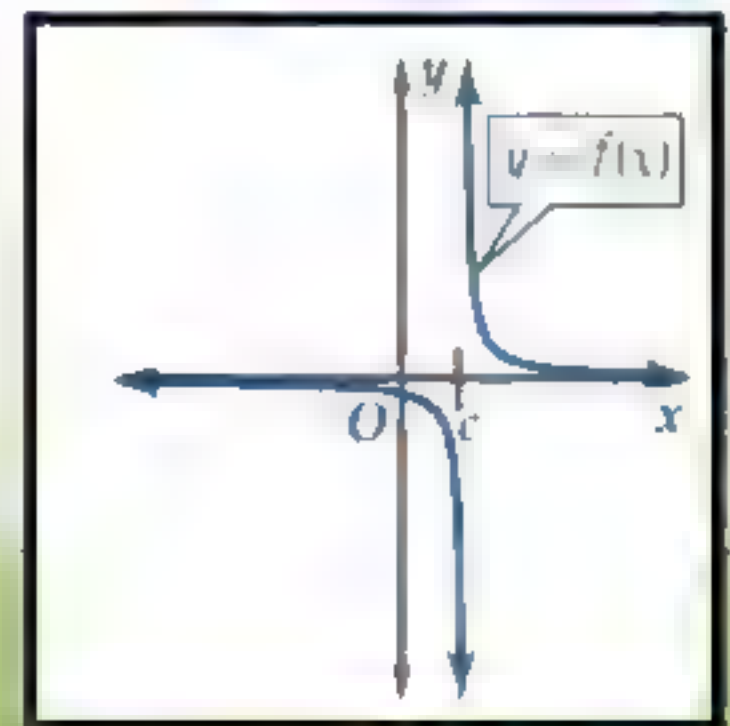
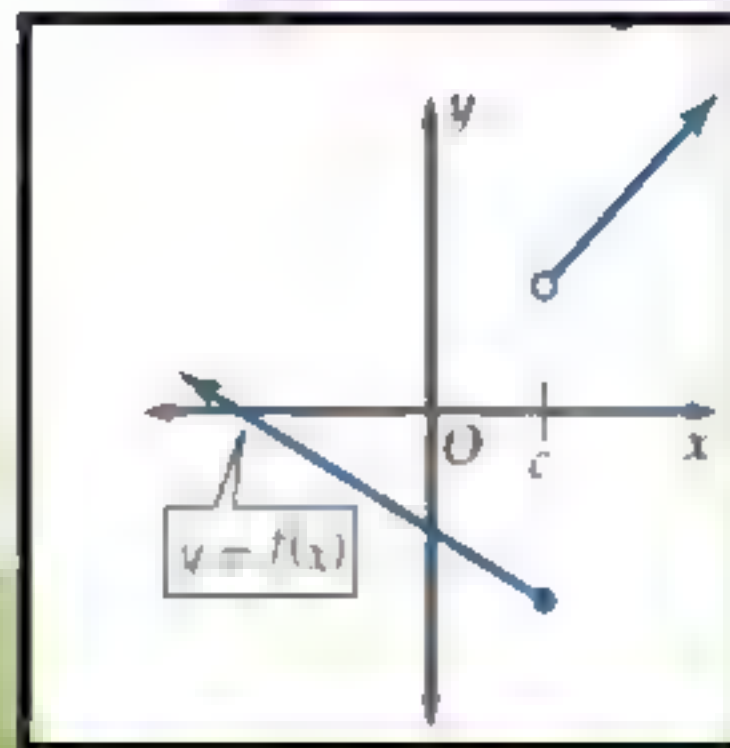
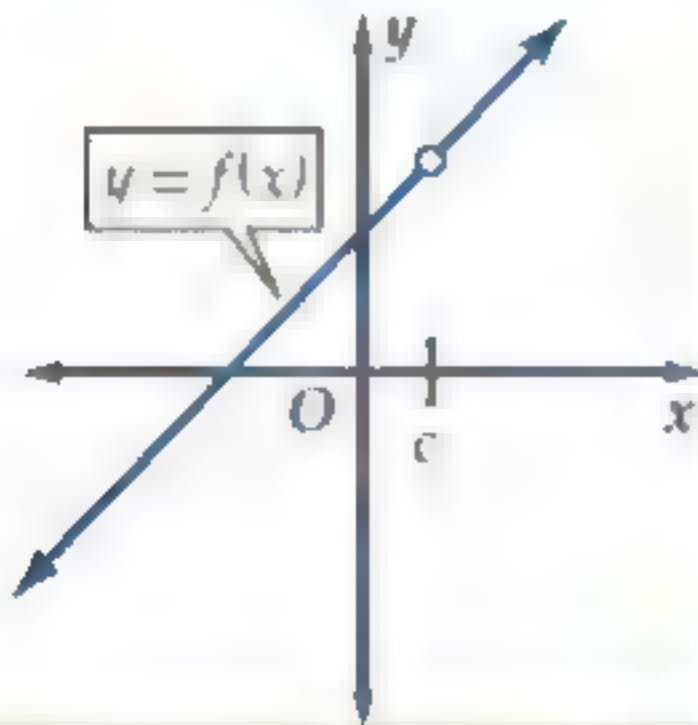
عدم اتصال قابل للإزالة

عدم اتصال غير قابل للإزالة

عدم اتصال نقطي

قفزي

لانهايني



# الاتصال وأنواع عدم الاتصال

إعداد المعلمة  
هند العديني

غير معرفة عند العدد  $c$   
أي  $f(c)$  غير موجودة

معرفة عند العدد  $c$   
أي  $f(c) = a$  موجودة

نحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$

نحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$

غير موجودة

موجودة

عدم اتصال  
نقطي

غير موجودة

موجودة

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq a$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm \infty$$

عدم اتصال  
قفزي

عدم اتصال  
لانتهائي

عدم اتصال  
قفزي

عدم اتصال  
نقطي

متصلة  
عند  $c$



# خصائص الدالة

إعداد المعلمة  
هند العديني

## ثابتة

## متناقضة

## متزايدة

تكون الدالة  $f$  ثابتة على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم  $f(x)$  لأي قيم  $x$  في الفترة.

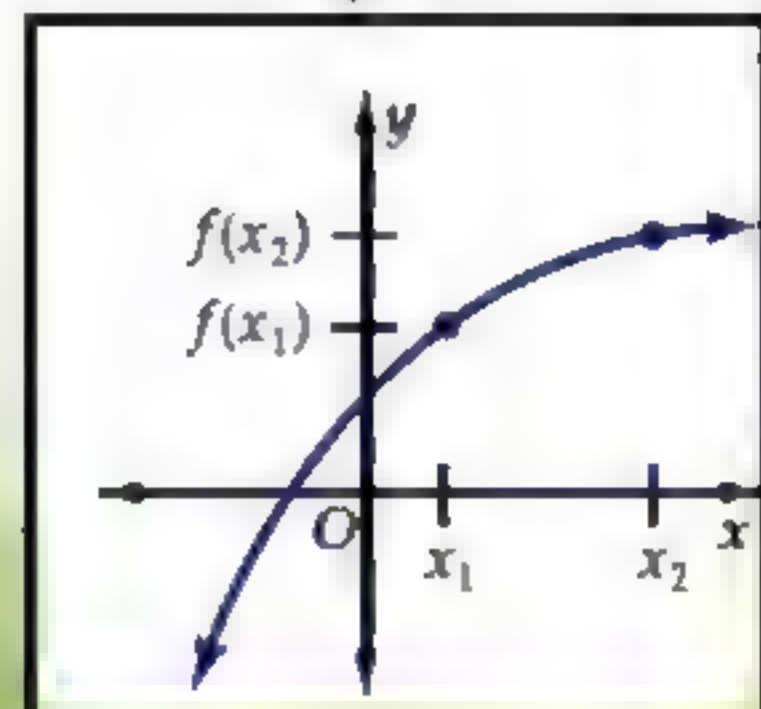
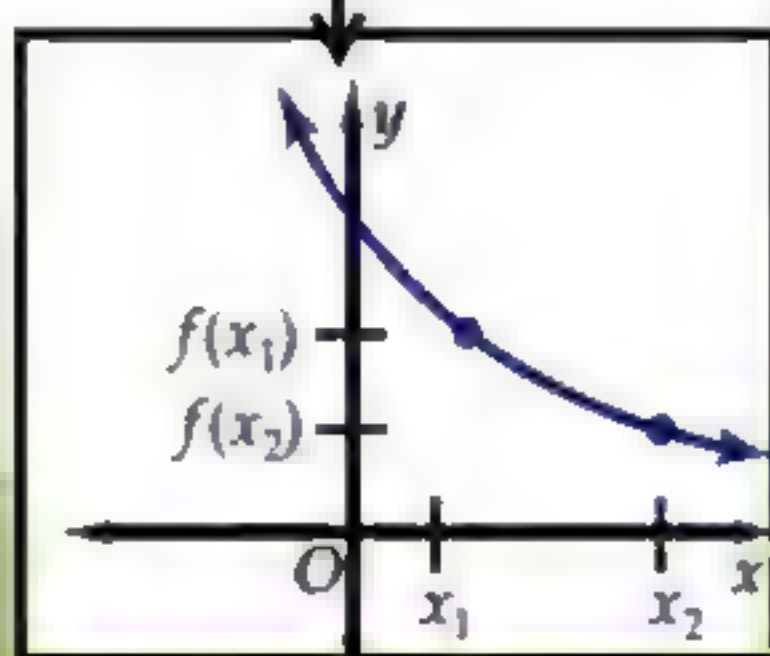
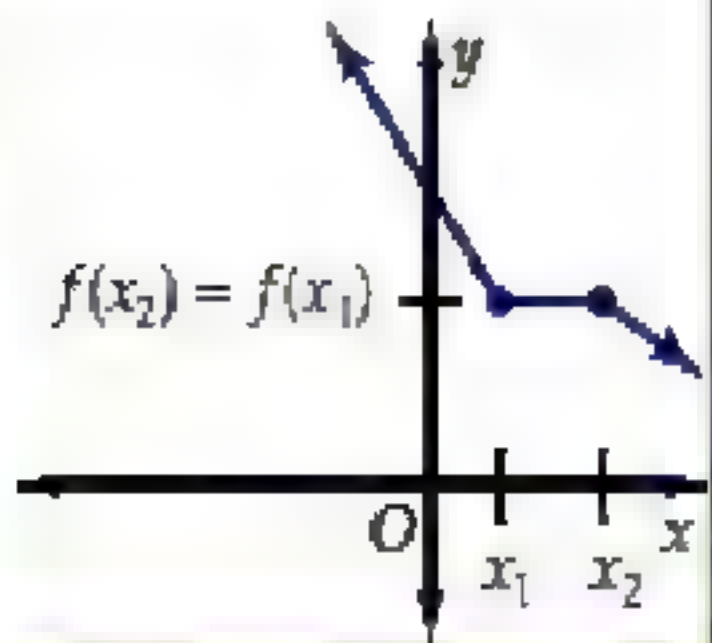
لكل  $x_1$  و  $x_2$  في الفترة، فإن  $f(x_1) = f(x_2)$   
عندما تكون  $x_1 < x_2$ .

تكون الدالة  $f$  متناقضة على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم  $f(x)$  كلما زادت قيم  $x$  في الفترة.

لكل  $x_1$  و  $x_2$  في الفترة، فإن  $f(x_1) > f(x_2)$   
عندما تكون  $x_1 < x_2$ .

تكون الدالة  $f$  متزايدة على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم  $f(x)$  كلما زادت قيم  $x$  في الفترة.

لكل  $x_1$  و  $x_2$  في الفترة، فإن  $f(x_1) < f(x_2)$  عندما  
تكون  $x_1 < x_2$ .



إعداد المعلمة  
هند العديني

## الإزاحة ( الانسحاب )

رأسي

$$g(x) = f(x) + a$$

$$a > 0$$

نتحرك  
للأعلى

$$a < 0$$

نتحرك  
للأسفل

أفقي

$$g(x) = f(x + a)$$

$$a > 0$$

نتحرك  
لليسار

$$a < 0$$

نتحرك  
اليمين

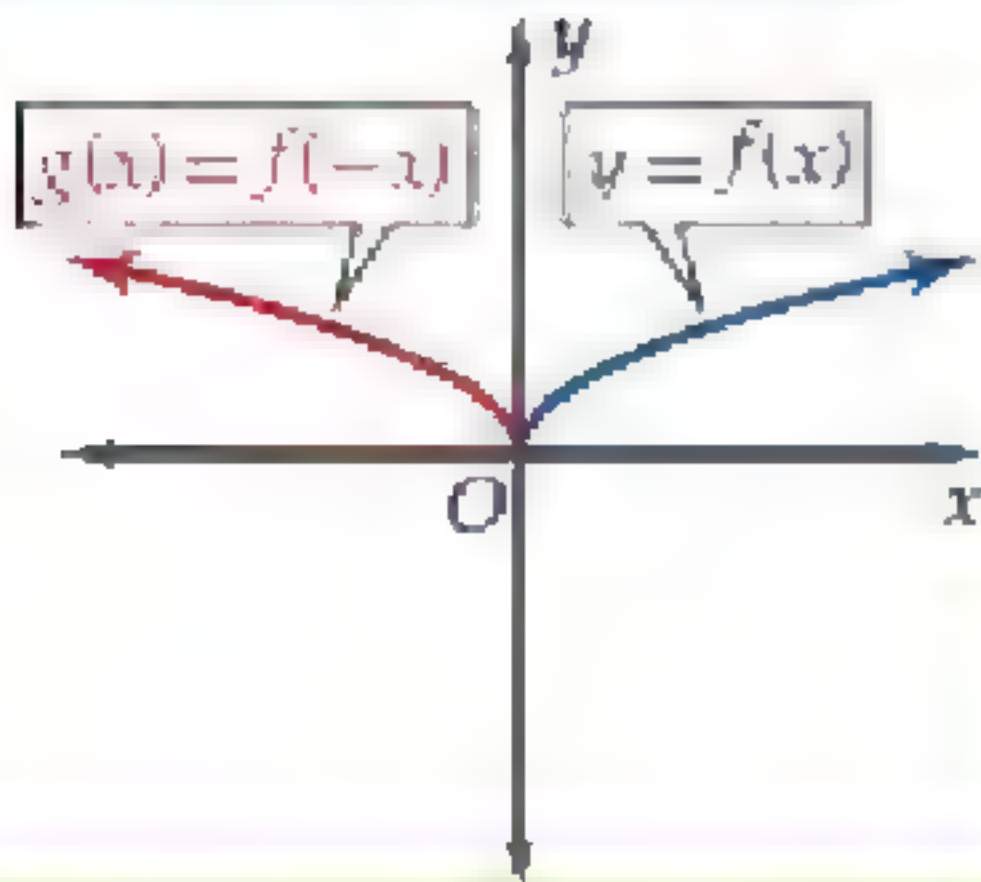


# الانعكاس

إعداد المعلمة  
هند العديني

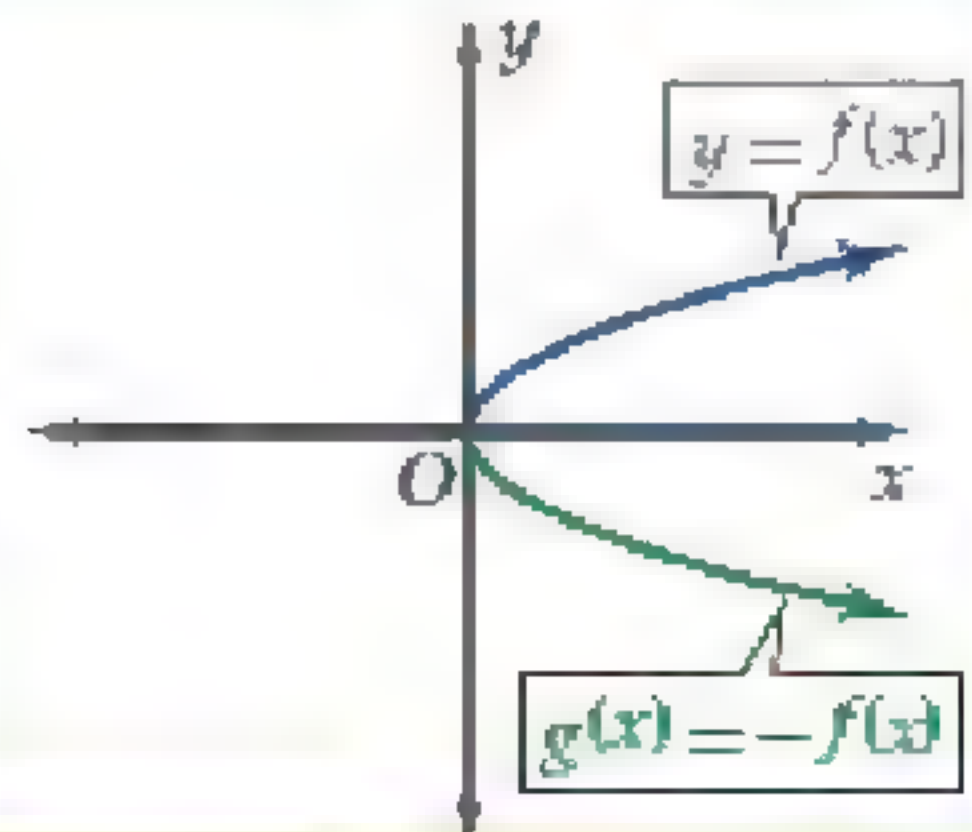
الانعكاس حول المحور  $y$

منحنى الدالة  $g(x) = f(-x)$  هو انعكاس  
لمنحنى الدالة  $f(x)$  حول المحور  $y$ .



الانعكاس حول المحور  $x$

منحنى الدالة  $g(x) = -f(x)$  هو انعكاس لمنحنى  
الدالة  $f(x)$  حول المحور  $x$ .



إعداد المعلمة  
هند العديني

## التمدد كل نقطة $(x, y)$

رأسي

$$g(x) = af(x)$$

نضرب الأحداثي  $y$  في  $a$   $(x, ay)$

$$a > 1$$

توسع تباعد  
عن محور  $x$   
المسافة  
الرأسية تزيد

$$0 < a < 1$$

تضييق تقترب  
عن محور  $x$   
المسافة  
الرأسية تقل

أفقي

$$g(x) = f(ax)$$

نقسم الأحداثي  $x$  في  $a$   $(\frac{x}{a}, y)$

$$a > 1$$

تضييق تقترب  
عن محور  $y$   
المسافة  
الأفقية تقل

$$0 < a < 1$$

توسع تباعد  
عن محور  $y$   
المسافة  
الأفقية تزداد



إعداد المعلمة  
هند العديني

المعادلة التربيعية

المعادلة الخطية

المعادلة التربيعية

المعادلة التربيعية

كل من  
البسط  
والمقام  
من  
الدرجة  
الأولى

المقام من  
الدرجة  
الأولى  
والبسط من  
الدرجة  
الصفريّة

$$f(x) = a\sqrt{mx+b} + c$$

$$f(x) = ax^2 + c$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$c \neq 0$$

$$c = 0$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$[c, \infty)$$

$$(-\infty, c]$$

$$\left[ f\left(\frac{b}{2a}\right), \infty \right)$$

$$\left( -\infty, f\left(\frac{b}{2a}\right) \right]$$

الخط التقاربي  
{ الأفقي

$$[c, \infty)$$

$$(-\infty, c]$$

$$[0, \infty)$$

$$(-\infty, 0]$$



إعداد المحاضرة : **طالب العديني**



الدالة اللوغاريتمية

$$f(x) = a \log(cx + h) + k$$

المدى =  $\mathbb{R}$

المجال

$h \neq 0$

$h = 0$

$a < 0$

$a > 0$

$c < 0$

$c > 0$

$(-\infty, \frac{-h}{c})$

$(\frac{-h}{c}, \infty)$

$(-\infty, 0)$

$(0, \infty)$

في الدالة اللوغاريتمية  
يغير المجال ذلك يعتمد  
على التحويلات الأفقية

الدالة الأسية

$$f(x) = a b^{(cx + h)} + k$$

المدى

المجال =  $\mathbb{R}$

$k \neq 0$

$k = 0$

$a < 0$

$a > 0$

$a < 0$

$a > 0$

$(-\infty, k)$

$(k, \infty)$

$(-\infty, 0)$

$(0, \infty)$

في الدالة الأسية يتغير  
المدى لذلك يعتمد على  
التحويلات الرأسية

## المعادلات اللوغاريتمية

إعداد المعلمة  
هند العديني

أكثر من عبارة لوغاريتمية

عبارة لوغاريتمية واحدة

$$\log_b x = a$$

نحول للصورة الأسية  
ثم نحل المعادلة الأسية

عبارتين لوغاريتميتين  
متساويتين

من خاصية الساوي  
 $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

مجموع لوغاريتمين أو  
حاصل طرحهما

باستخدام خواص  
اللوغاريتمات

نحولها إلى عبارتين  
لوغاريتميتين متساويتين

من خاصية الساوي  
 $\log_b x - \log_b y \Leftrightarrow x - y$

نحولها إلى عبارة  
لوغاريتمية واحدة

نحول للصورة الأسية  
ثم نحل المعادلة الأسية

ملاحظة هامة :

عند حل المعادلة اللوغاريتمية لابد  
من التحقق من الحل بالنعوض أو  
بتحديد المجال والتأكد من وجود  
الحل في مجال الدالة



# تطبيقات الدالة الأسية

## الربح المركب

و هو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر أو رأس المال مضافا إليه أي أرباح سابقة.

$$A = P \left( 1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

حيث  $A$  المبلغ الكلي بعد  $t$  سنة  
 $P$  المبلغ الأصلي (رأس المال)  
 $n$  عدد مرات إضافة الربح إلى رأس المال في السنة

## دالة الأضمحلال الأسّي

و تستخدم لحساب النقص في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t) = a (1 - r)^t$$

حيث  $a$  القيمة الابتدائية  
 $r$  النسبة المئوية للاضمحلال  
 $t$  الفترة الزمنية

إعداد المعلمة  
هند العديني

## دالة النمو الأسّي

و تستخدم لحساب الزيادة في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t) = a (1 + r)^t$$

حيث  $a$  القيمة الابتدائية  
 $r$  النسبة المئوية للنمو  
 $t$  الفترة الزمنية

## خصائص اللوغاريتمات الأساسية

$$\log_b 1 = 0$$

$$\log_b b = 1$$

$$\log_b b^x = x$$

$$b^{\log_b x} = x, x > 0$$

إعداد المعلمة  
هند العديني

إذا كانت  $x, y, b$  أعداداً حقيقية موجبة، حيث  $b \neq 1$

$$\log_b x = \log_b y \text{ إذا وفقط إذا كان } x = y.$$

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y.$$

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

$$\log_b x^m = m \log_b x$$





إعداد المنظمة : هــك العديبي

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

إعداد المعلمة  
هند العديني

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

$$\sin \theta = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\cos \theta = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\tan \theta = \cot \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\cos(A \mp B) = \cos A \cos B \pm \sin A \sin B$$

$$\sin(A \mp B) = \sin A \cos B \mp \cos A \sin B$$

$$\tan(A \mp B) = \frac{\tan A \mp \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ \cos 2\theta &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ \cos 2\theta &= 1 - 2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

تحل المعادلات المثلثية كما تحل المعادلات العادية

لحل المعادلات المثلثية نضعها على احد الصور التالية :

$$\cos \theta = a \quad , \quad \sin \theta = a \quad , \quad \tan \theta = a$$

$$a = 0, 1, -1$$

زاوية ربعية  
 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 360^\circ$

إعداد المعلمة  
هند العديني

خلاف ذلك

نحدد الزاوية عن طريق تحديد إشارة الدالة المثلثية  
حسب الربع الموجودة فيه نحدد الزاوية  $\theta$  كالآتي :

$\theta =$  إذا كانت الزاوية في الربع الأول

$\theta - 180^\circ =$  إذا كانت الزاوية في الربع الثاني

$\theta + 180^\circ =$  إذا كانت الزاوية في الربع الثالث

$\theta - 360^\circ =$  إذا كانت الزاوية في الربع الرابع





إعداد المعلمة : هند العديني

# القطوع المخروطية

## القطع الزائد

المحور القاطع رأسي

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



المحور القاطع أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



## القطع الناقص

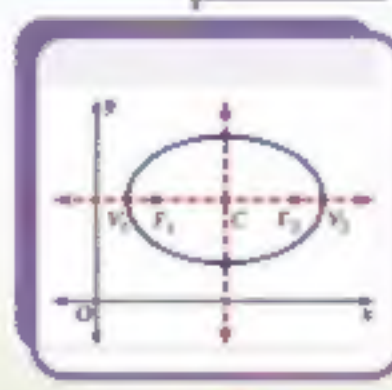
المحور الأكبر رأسي

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$



المحور الأكبر أفقي

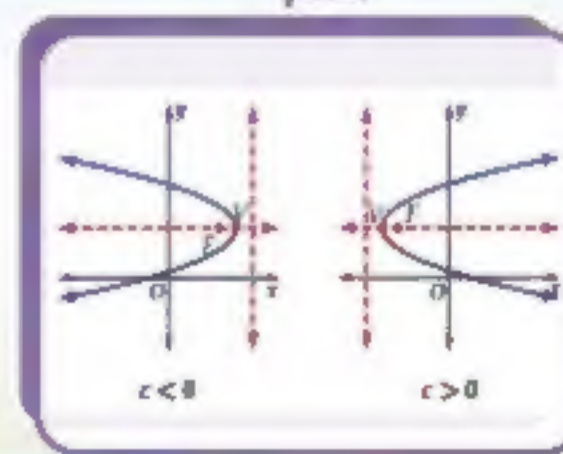
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



## القطع المكافئ

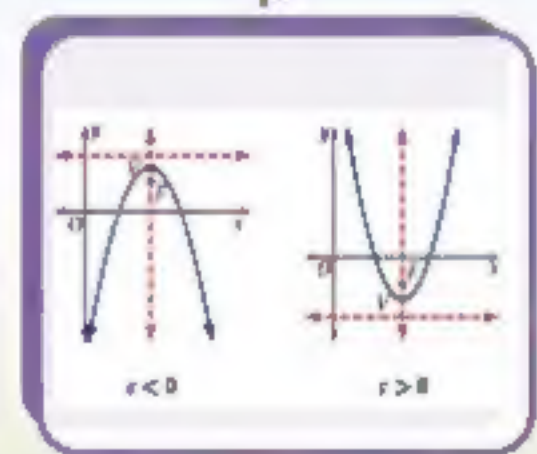
المنحني مفتوح أفقياً

$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$



المنحني مفتوح رأسياً

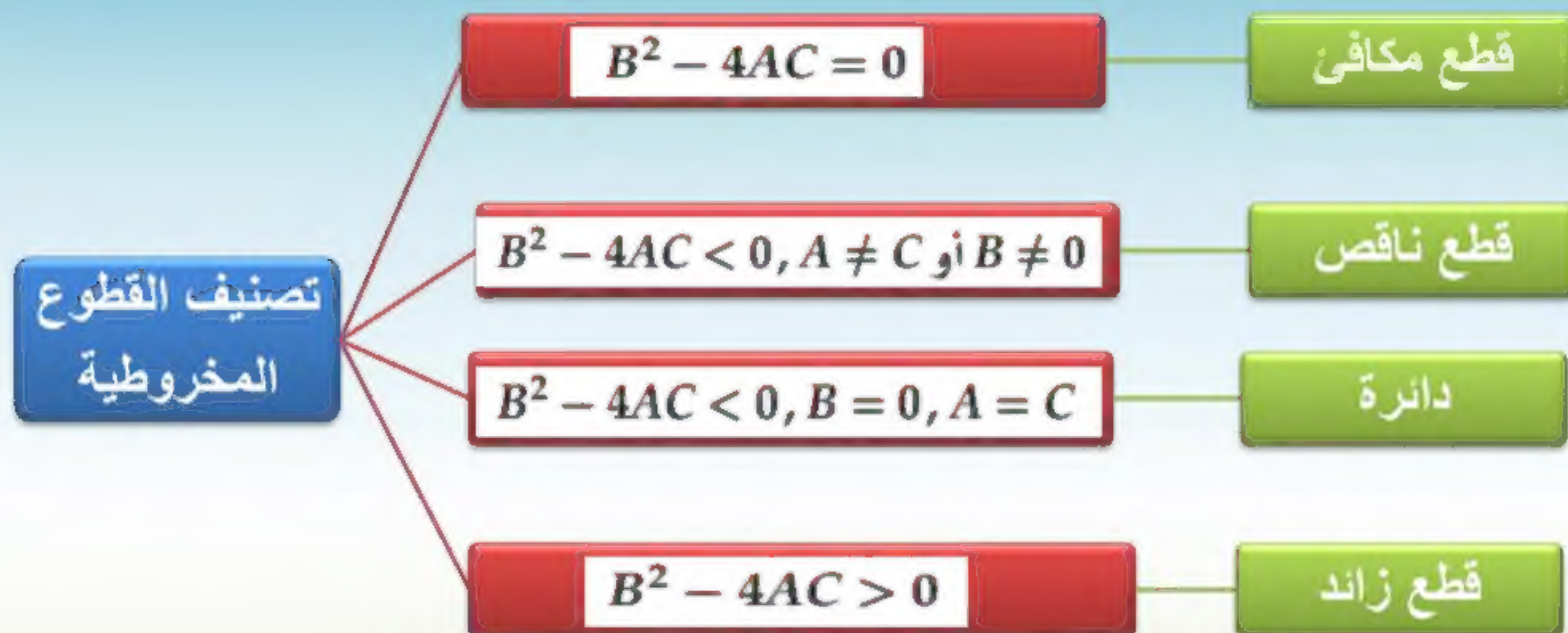
$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$



إعداد المعلمة  
هند العديني



**تحديد أنواع القطوع المخروطية** يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة:  
 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز  $B^2 - 4AC$ .



إعداد المعلمة  
هند العديني